

# A vegetatív működés modelljei

Simonovits András

MTA KRTK KTI, BME MI, CEU ED

# Tartalom

- 1 Motiváció
- 2 Decentralizált irányítási modellek
- 3 Működőképesség és stabilitás
- 4 Összehasonlítás
- 5 Következtetések

# Az Anti-Equilibriumtól a Hiányig

- Az Anti-Equilibriumban ígért konstruktív kritika: dinamikus szabályozáselmélet
- Árjelzés és a tervirányítás alatt: vegetatív szabályozás
- Matematikai szabályozáselmélet alkalmazása
- Működőképesség és stabilitás

# Az Anti-Equilibriumtól a Hiányig

- Az Anti-Equilibriumban ígért konstruktív kritika: dinamikus szabályozáselmélet
- Árjelzés és a tervirányítás alatt: vegetatív szabályozás
- Matematikai szabályozáselmélet alkalmazása
- Működőképesség és stabilitás

# Az Anti-Equilibriumtól a Hiányig

- Az Anti-Equilibriumban ígért konstruktív kritika: dinamikus szabályozáselmélet
- Árjelzés és a tervirányítás alatt: vegetatív szabályozás
- Matematikai szabályozáselmélet alkalmazása
- Működőképesség és stabilitás

# Az Anti-Equilibriumtól a Hiányig

- Az Anti-Equilibriumban ígért konstruktív kritika: dinamikus szabályozáselmélet
- Árjelzés és a tervirányítás alatt: vegetatív szabályozás
- Matematikai szabályozáselmélet alkalmazása
- Működőképesség és stabilitás

# Matematikai irányításelmélet-1

- Folytonos vagy diszkrét idő:  $t = 0, 1, 2, \dots$
- Előnyök vs. hátrányok
- Folytonos: egyszerű geometriai kép, görbék
- Diszkrét:
  - elemi (nem kell a differenciaegyenletek elméletét ismerni)
  - késleltetést egyszerű modellezni (készletezés, költségvetés, beruházás)
  - statisztikai megfigyelések is ilyenek

# Matematikai irányításelmélet-1

- Folytonos vagy diszkrét idő:  $t = 0, 1, 2, \dots$
- Előnyök vs. hátrányok
- Folytonos: egyszerű geometriai kép, görbék
- Diszkrét:
  - elemi (nem kell a differenciaegyenletek elméletét ismerni)
  - késleltetést egyszerű modellezni (készletezés, költségvetés, beruházás)
  - statisztikai megfigyelések is ilyenek



# Matematikai irányításelmélet-1

- Folytonos vagy diszkrét idő:  $t = 0, 1, 2, \dots$
- Előnyök vs. hátrányok
- Folytonos: egyszerű geometriai kép, görbék
- Diszkrét:
  - elemi (nem kell a differenciaegyenletek elméletét ismerni)
  - késleltetést egyszerű modellezni (készletezés, költségvetés, beruházás)
  - statisztikai megfigyelések is ilyenek

# Matematikai irányításelmélet-1

- Folytonos vagy diszkrét idő:  $t = 0, 1, 2, \dots$
- Előnyök vs. hátrányok
- Folytonos: egyszerű geometriai kép, görbék
- Diszkrét:
  - elemi (nem kell a differenciaegyenletek elméletét ismerni)
  - késleltetést egyszerű modellezni (készletezés, költségvetés, beruházás)
  - statisztikai megfigyelések is ilyenek

# Matematikai irányításelmélet-2

- **Állapotvektor:**  $x_t$  –  $n$ -dimenziós valós vektor
- Irányításvektor:  $u_t$  –  $m$ -dimenziós valós vektor
- **Állapotegyenlet:**  $x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + w$ , ahol  $x_0$  kezdőállapot adott
- Normálállapot:  $x^0 = Mx^0 + Bu^0 + w$
- **Eltérésdinamika:**  $\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t + B\hat{u}_t$
- Norma szerinti visszacsatolás:  $\hat{u}_t = -K\hat{x}_t$

# Matematikai irányításelmélet-2

- **Állapotvektor:**  $x_t$  –  $n$ -dimenziós valós vektor
- **Irányításvektor:**  $u_t$  –  $m$ -dimenziós valós vektor
- **Állapotegyenlet:**  $x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + w$ , ahol  $x_0$  kezdőállapot adott
- **Normálállapot:**  $x^0 = Mx^0 + Bu^0 + w$
- **Eltérésdinamika:**  $\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t + B\hat{u}_t$
- **Norma szerinti visszacsatolás:**  $\hat{u}_t = -K\hat{x}_t$

# Matematikai irányításelmélet-2

- **Állapotvektor:**  $x_t$  –  $n$ -dimenziós valós vektor
- **Irányításvektor:**  $u_t$  –  $m$ -dimenziós valós vektor
- **Állapotegyenlet:**  $x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + w$ , ahol  $x_0$  kezdőállapot adott
- Normálállapot:  $x^0 = Mx^0 + Bu^0 + w$
- Eltérésdinamika:  $\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t + B\hat{u}_t$
- Norma szerinti visszacsatolás:  $\hat{u}_t = -K\hat{x}_t$

# Matematikai irányításelmélet-2

- Állapotvektor:  $x_t$  –  $n$ -dimenziós valós vektor
- Irányításvektor:  $u_t$  –  $m$ -dimenziós valós vektor
- Állapotegyenlet:  $x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + w$ , ahol  $x_0$  kezdőállapot adott
- Normálállapot:  $x^0 = Mx^0 + Bu^0 + w$
- Eltérésdinamika:  $\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t + B\hat{u}_t$
- Norma szerinti visszacsatolás:  $\hat{u}_t = -K\hat{x}_t$

# Matematikai irányításelmélet-2

- Állapotvektor:  $x_t$  –  $n$ -dimenziós valós vektor
- Irányításvektor:  $u_t$  –  $m$ -dimenziós valós vektor
- Állapotegyenlet:  $x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + w$ , ahol  $x_0$  kezdőállapot adott
- Normálállapot:  $x^0 = Mx^0 + Bu^0 + w$
- Eltérésdinamika:  $\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t + B\hat{u}_t$
- Norma szerinti visszacsatolás:  $\hat{u}_t = -K\hat{x}_t$

# Matematikai irányításelmélet-2

- Állapotvektor:  $x_t$  –  $n$ -dimenziós valós vektor
- Irányításvektor:  $u_t$  –  $m$ -dimenziós valós vektor
- Állapotegyenlet:  $x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + w$ , ahol  $x_0$  kezdőállapot adott
- Normálállapot:  $x^0 = Mx^0 + Bu^0 + w$
- Eltérésdinamika:  $\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t + B\hat{u}_t$
- Norma szerinti visszacsatolás:  $\hat{u}_t = -K\hat{x}_t$



# Teljesen decentralizált szabályozás

- Speciális feltevések:  $m = n$  és  $A = I$ ,  $B^{-1}$  létezik
- Decentralizálás:  $u_{it} = -k_i x_{it}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$
- Eltérésdinamika:  $x_{t+1} = (I - Bk)x_t$

# Teljesen decentralizált szabályozás

- Speciális feltevések:  $m = n$  és  $A = I$ ,  $B^{-1}$  létezik
- Decentralizálás:  $u_{it} = -k_i x_{it}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$
- Eltérésdinamika:  $x_{t+1} = (I - Bk)x_t$

# Teljesen decentralizált szabályozás

- Speciális feltevések:  $m = n$  és  $A = I$ ,  $B^{-1}$  létezik
- Decentralizálás:  $u_{it} = -k_i x_{it}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$
- Eltérésdinamika:  $x_{t+1} = (I - Bk)x_t$

# Definíciók

- **Működőképesség:**  $x_t > 0$ ,  $u_t > 0$  stb. lehet, hogy instabil, például ciklikus vagy kaotikus
- **Stabilitás:** hosszabb távon tart a normális állapothoz
- **Lokális aszimptotikus:**  
Ha az  $x_0$  kezdőérték elegendő közel van  $x^0$ -hoz, akkor  $x_t$  elég közel marad hozzá, és az eltérés aszimptotikusan eltűnik

# Definíciók

- Működőképesség:  $x_t > 0$ ,  $u_t > 0$  stb. lehet, hogy instabil, például ciklikus vagy kaotikus
- Stabilitás: hosszabb távon tart a normális állapothoz
- Lokális aszimptotikus:  
Ha az  $x_0$  kezdőérték elegendő közel van  $x^0$ -hoz, akkor  $x_t$  elég közel marad hozzá, és az eltérés aszimptotikusan eltűnik

# Definíciók

- Működőképesség:  $x_t > 0$ ,  $u_t > 0$  stb. lehet, hogy instabil, például ciklikus vagy kaotikus
- Stabilitás: hosszabb távon tart a normális állapothoz
- Lokális aszimptotikus:  
Ha az  $x_0$  kezdőérték elegendő közel van  $x^0$ -hoz, akkor  $x_t$  elég közel marad hozzá, és az eltérés aszimptotikusan eltűnik

# Eredmények

- Ha  $b_{ij} = 1$ : saját állapotra van hatás, normálva  
 $N = I - B \geq 0$ : a mellékhatások negatívak vagy nullák;  
 $\rho(N) < 1$ : összeségében kicsik,  
 $0 < k < 1$ : a visszacsatolás csillapított,
- akkor az eltérésdinamika:  $x_{t+1} = (I - k + Nk)x_t$
- pozitív mátrixú, monoton, működőképes
- és aszimptotikusan stabil
- Maximális konvergenciasebesség:  $k^0 > 1$

# Eredmények

- Ha  $b_{ij} = 1$ : saját állapotra van hatás, normálva  
 $N = I - B \geq 0$ : a mellékhatások negatívak vagy nullák;  
 $\rho(N) < 1$ : összeségében kicsik,  
 $0 < k < 1$ : a visszacsatolás csillapított,
- akkor az eltérésdinamika:  $x_{t+1} = (I - k + Nk)x_t$
- pozitív mátrixú, monoton, működőképes
- és aszimptotikusan stabil
- Maximális konvergenciasebesség:  $k^0 > 1$



# Eredmények

- Ha  $b_{ij} = 1$ : saját állapotra van hatás, normálva  
 $N = I - B \geq 0$ : a mellékhatások negatívak vagy nullák;  
 $\rho(N) < 1$ : összeségében kicsik,  
 $0 < k < 1$ : a visszacsatolás csillapított,
- akkor az eltérésdinamika:  $x_{t+1} = (I - k + Nk)x_t$
- pozitív mátrixú, monoton, működőképes
- és aszimptotikusan stabil
- Maximális konvergenciasebesség:  $k^0 > 1$

# Eredmények

- Ha  $b_{ij} = 1$ : saját állapotra van hatás, normálva  
 $N = I - B \geq 0$ : a mellékhatások negatívak vagy nullák;  
 $\rho(N) < 1$ : összeségében kicsik,  
 $0 < k < 1$ : a visszacsatolás csillapított,
- akkor az eltérésdinamika:  $x_{t+1} = (I - k + Nk)x_t$
- pozitív mátrixú, monoton, működőképes
- és aszimptotikusan stabil
- Maximális konvergenciasebesség:  $k^0 > 1$

# Eredmények

- Ha  $b_{ij} = 1$ : saját állapotra van hatás, normálva  
 $N = I - B \geq 0$ : a mellékhatások negatívak vagy nullák;  
 $\rho(N) < 1$ : összeségében kicsik,  
 $0 < k < 1$ : a visszacsatolás csillapított,
- akkor az eltérésdinamika:  $x_{t+1} = (I - k + Nk)x_t$
- pozitív mátrixú, monoton, működőképes
- és aszimptotikusan stabil
- Maximális konvergenciasebesség:  $k^0 > 1$

# Összehasonlítás az irodalommal

- Walrasi árszabályozás (Arrow et al, 1958)

$$p_{t+1} = p_t + kz(p_t)$$

- ahol  $p_t$  a  $t$ -edik időszak árvektora,  $z$  a túlkeresleti függvény
- Mundel (1969): általános decentralizálhatósági tétel, de csigalassú stabilizálás

# Összehasonlítás az irodalommal

- Walrasi árszabályozás (Arrow et al, 1958)

$$p_{t+1} = p_t + kz(p_t)$$

- ahol  $p_t$  a  $t$ -edik időszak árvektora,  $z$  a túlkeresleti függvény
- Mundel (1969): általános decentralizálhatósági tétel, de csigalassú stabilizálás

# Összehasonlítás az irodalommal

- Walrasi árszabályozás (Arrow et al, 1958)  
$$p_{t+1} = p_t + kz(p_t)$$
- ahol  $p_t$  a  $t$ -edik időszak árvektora,  $z$  a túlkeresleti függvény
- Mundel (1969): általános decentralizálhatósági tétel, de csigalassú stabilizálás

# Következtetések

- A decentralizált szabályozás elmélete jól alkalmazható a közgazdaságtanban
- A készlet- és rendelésjelzéses szabályozás elmélete hozzájárul a többlet- és a hiánygazdaság jobb megértéséhez
- Optimalizálás nélkül is alkalmazható

# Következtetések



- A decentralizált szabályozás elmélete jól alkalmazható a közgazdaságtanban
- A készlet- és rendelésjelzéses szabályozás elmélete hozzájárul a többlet- és a hiánygazdaság jobb megértéséhez
- Optimalizálás nélkül is alkalmazható



# Következtetések

- A decentralizált szabályozás elmélete jól alkalmazható a közgazdaságtanban
- A készlet- és rendelésjelzéses szabályozás elmélete hozzájárul a többlet- és a hiánygazdaság jobb megértéséhez
- Optimalizálás nélkül is alkalmazható

# Irodalom I

-  Kornai J. (1971): Anti-Equilibrium.
-  Kornai J. (1980): A hiány.